

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ
Институт математики

Н. А. Изобов, Р. А. Прохорова

ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ КОППЕЛЯ–КОНТИ



Минск
«Белорусская наука»
2008

Изобов, Н. А. Линейные дифференциальные системы Коппеля — Конти / Н. А. Изобов, Р. А. Прохорова. — Минск: Белорус. наука, 2008. — 230 с. — ISBN 978-985-08-0954-4.

Монография посвящена исследованию определяющих свойств и строения зависящих от параметра множества линейных дифференциальных интегрально дихотомичных систем Коппеля — Конти и его основных подмножеств. В ней, за исключением первой главы, изложены результаты авторов, в том числе: установление разрывного по параметру сужения множеств Коппеля — Конти с его возрастанием; доказательство критериев открытости этих и их предельных множеств относительно равномерно малых, исчезающих на бесконечности и суммируемых на полуоси линейных возмущений; получение оценок характеристических Ляпунова и нижних Перрона показателей решений линейных систем Коппеля — Конти и близких к ним; построение обобщений рассматриваемых множеств и исследование их свойств. В качестве приложения рассмотрена задача Ляпунова об исследовании по линейному приближению Коппеля — Конти экспоненциальной устойчивости, условной экспоненциальной устойчивости и неустойчивости нулевого решения нелинейной системы с возмущениями высшего порядка малости.

Для специалистов по асимптотической теории обыкновенных дифференциальных систем и теории устойчивости, аспирантов и студентов соответствующей специализации.

Библиогр.: 112 назв.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук профессор
академик АН Грузии *И. Т. Кизурадзе*,

доктор физико-математических наук профессор
член-корреспондент Российской академии образования *Н. Х. Розов*

ISBN 978-985-08-0954-4

© Изобов Н. А., Прохорова Р. А., 2008
© Оформление. РУП «Издательский
дом «Белорусская наука», 2008

1В416У43



ОГЛАВЛЕНИЕ

Основные обозначения	7
Введение	9
Глава I. Основные необходимые сведения из общей теории устойчивости и теории дихотомий	16
§ 1. Основные определения устойчивости решений	16
§ 2. Некоторые положения из теории линейных систем	19
2.1. Матрица Коши и ее свойства	20
2.2. Характеристические показатели решений линейной системы ...	21
2.3. Устойчивость в линейных системах	21
2.4. Теорема Перрона о триангуляции линейной системы	22
§ 3. Линейные системы с возмущениями	22
3.1. Формула Коши для матрицы Коши линейной возмущенной системы	23
3.2. Формула Коши представления решений возмущенной системы ..	24
3.3. Принцип линейного включения	25
§ 4. Элементы теории дихотомий	26
4.1. Прямые суммы подпространств, проекторы и взаимный наклон подпространств	26
4.2. Примеры функциональных пространств	27
4.3. Неравенство Гельдера	28
4.4. Линейные системы с дихотомиями. Основные определения	29
4.5. Функция Грина и ее свойства	32
4.6. Основная лемма	34
4.7. Теорема Коппеля — Контти о роли L^p -дихотомии в задаче об ограниченных решениях линейной неоднородной системы ...	37
Комментарии к главе I	39
Глава II. Множества $L^p S$ линейных устойчивых систем Коппеля — Контти	42
§ 1. Свойства множества $L^p S$ как функции параметра p	42
1.1. Свойство сужаемости множеств $L^p S$ при возрастании параметра p	43
1.2. Отсутствие непрерывной зависимости множеств $L^p S$ от параметра p	44
1.3. Строгое включение множества ES равномерно экспоненциально устойчивых систем в предельное множество $\lim_{p \rightarrow +\infty} L^p S$	48

§ 2. Характеристические показатели решений линейных систем из множества $L^p S$	50
§ 3. Строение внутренности множества $L^p S$	56
3.1. Открытость множества $L^p S$ относительно равномерно малых возмущений	56
3.2. Совпадение внутренности множества $L^p S$ относительно исчезающих на бесконечности возмущений с обычной внутренностью	62
3.3. Экспоненциальная устойчивость нулевого решения слабо нелинейной системы с линейным приближением Коппеля — Конти из $L^p S$	63
§ 4. Строение внутренности предельных множеств $\lim_{p \rightarrow \pm 0} L^p S$	65
§ 5. О линейных системах с суммируемыми возмущениями	77
5.1. Строение интегральной внутренности множества $L^p S$	77
5.2. Линейные системы с интегрально малыми возмущениями	85
5.3. О свойстве включения интегральных внутренностей	87
§ 6. Некоторые обобщения множеств $L^p S$	89
6.1. Множества $L_1^{p(t)} S$. Теоремы о включении и строении внутренности этих множеств	90
6.2. Множества $L_0^{p(t)} S$ и их свойства	102
Комментарии к главе II	106
Глава III. Множества $L^p N$ линейных неустойчивых систем Коппеля — Конти	108
§ 1. О свойстве сужаемости множеств $L^p N$ при возрастании параметра p	109
§ 2. Оценки снизу характеристических показателей решений систем из множества $L^p N$	111
§ 3. Нижние показатели Перрона линейных систем	115
§ 4. О свойстве взаимности множеств Коппеля — Конти	122
§ 5. Линейные системы из множества $L^p N$ с равномерно-малыми и исчезающими на бесконечности линейными возмущениями	126
5.1. Строение внутренности множества $L^p N$	126
5.2. Строение внутренности множества $L^p N$ относительно исчезающих на бесконечности возмущений	132
5.3. О неустойчивости нулевого решения слабо нелинейной системы с линейным приближением из множества $L^p N$	135
§ 6. Строение интегральной внутренности множества $L^p N$	136
Комментарии к главе III	138
Глава IV. Множества $L^p D$ линейных систем	140
§ 1. Критерий L^p -дихотомичности линейных систем	140

§ 2. Характеристические показатели решений системы из множества $L^p D$ и их оценки	143
2.1. Оценки сверху и снизу показателей нетривиальных решений системы из множества $L^p D$	143
2.2. Угловое сближение взаимно дополнительных подпространств решений системы из $L^p D$	145
§ 3. Взаимосвязь между различными видами дихотомий	148
§ 4. Влияние возмущений различного вида малости на свойство L^p -дихотомии линейных систем	153
4.1. Свойство открытости множества $L^p D$, $p \geq 1$, линейных систем относительно равномерно малых возмущений	153
4.2. Сохранение свойства L^p -дихотомии при суммируемых возмущениях	156
4.3. Ограниченные решения возмущенных линейных неоднородных систем	158
§ 5. Слабо нелинейные системы с L^1 -дихотомичным приближением	159
Комментарии к главе IV	163
Глава V. Устойчивость и неустойчивость дифференциальных систем с линейным приближением Коппеля — Конти	166
§ 1. О неединственности решений системы с возмущениями высшего порядка малости	167
§ 2. Экспоненциальная устойчивость дифференциальной системы с линейным приближением из множества $L^p S$	170
2.1. Критерий совпадения множеств $L^p S$ и $L^p S_1$. Доказательство достаточности	171
2.2. Критерий совпадения множеств $L^p S$ и $L^p S_1$. Доказательство необходимости	173
2.3. Оценка характеристических показателей решений возмущенных систем	179
§ 3. О решениях дифференциальной системы с неустойчивым линейным приближением из множества $L^p N$	181
3.1. Доказательство достаточности условия $p \geq 1$ совпадения множеств $L^p N_1$ и $L^p N$	182
3.2. Доказательство необходимости условия $p \geq 1$ для равенства $L^p N_1 = L^p N$	184
§ 4. Условная экспоненциальная устойчивость дифференциальной системы с линейным дихотомичным приближением Коппеля — Конти	198
4.1. Вспомогательное утверждение о равномерной сходимости последовательности функций	200
4.2. Теорема об условной экспоненциальной устойчивости нулевого решения возмущенной системы. Построение множества исчезающих на бесконечности решений	201
4.3. Доказательство отрицательности характеристических показателей построенных решений	208

§ 5. Неустойчивость по линейному L^p -дихотомичному приближению . . .	215
Комментарии к главе V	219
Литература	221
Именной указатель	227
Предметный указатель	228
Указатель обозначений	230