

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ
Институт математики

Л. А. Янович, М. В. Игнатенко

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ФУНКЦИЙ МАТРИЧНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Минск
«Беларуская навука»
2016

Янович, Л. А. Основы теории интерполирования функций матричных переменных / Л. А. Янович, М. В. Игнатенко ; Нац. акад. наук Беларуси, Ин-т математики. – Минск : Беларуская навука, 2016. – 281 с. – ISBN 978-985-08-1984-0.

В монографии излагаются основы теории интерполирования функций матричных переменных: формулируются основные задачи, строятся интерполяционные формулы для функций, заданных на множествах квадратных, прямоугольных матриц, в том числе и на множествах функциональных и случайных матриц. Рассмотрена задача интерполирования функций многих матричных переменных, предложены некоторые варианты сплайнов. Указаны классы матричных многочленов, инвариантных относительно некоторых из построенных приближенных формул интерполяционного типа. Приведено большое количество примеров на построение интерполяционных формул и некоторого другого содержания.

Адресуется широкому кругу специалистов физико-математического профиля, интересующихся теорией приближенных методов и их применением к решению прикладных задач, а также аспирантам, магистрантам и студентам математических, физических и технических специальностей.

Табл. 6. Ил. 1. Библиогр.: 73 назв.

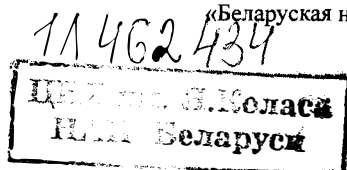
*Рекомендовано Ученым советом
ГНУ «Институт математики Национальной академии наук Беларуси»
(протокол от 12 ноября 2015 г. № 7)*

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор П. П. Забрейко,
доктор физико-математических наук, профессор А. А. Пекарский

ISBN 978-985-08-1984-0

© Янович Л. А., Игнатенко М. В., 2016
© Оформление. РУП «Издательский дом
«Беларуская навука», 2016



СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
Глава 1. ФУНКЦИИ ОТ МАТРИЦ. ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПРИМЕРЫ	5
1.1. Аналитические функции матричного аргумента	5
1.2. Основные классы матричных многочленов	8
1.2.1. Алгебраические матричные многочлены. Случай квадратных матриц	8
1.2.2. Другие виды матричных многочленов	9
1.2.3. Случай прямоугольных матриц	10
1.3. Многочлены на множествах матриц с другими правилами умножения	11
1.3.1. Йорданово умножение матриц и его основные свойства	11
1.3.2. Кронекерово умножение матриц и соответствующие матричные многочлены	12
1.3.3. Умножение матриц по Адамару и Фробениусу и некоторые их свойства	15
Глава 2. ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ МАТРИЧНЫЕ МНОГОЧЛЕНЫ ЛАГРАНЖЕВА ТИПА НА МНОЖЕСТВЕ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ.....	17
2.1. Алгебраическое полиномиальное интерполирование	17
2.2. Тригонометрическое матричное интерполирование	22
2.3. Экспоненциальные интерполяционные матричные многочлены	25
2.4. Интерполяционная формула Лагранжа – Сильвестра (случай матриц простой структуры)	26
2.5. Тригонометрический вариант формулы Лагранжа – Сильвестра	31
2.6. Интерполяционные формулы на множестве матриц с йордановым умножением ..	35
2.7. Интерполяционные формулы с использованием кронекерова умножения	37
2.8. Интерполирование функций на множестве матриц с адамаровым умножением	42
2.8.1. Формулы линейной и квадратичной интерполяции	42
2.8.2. Интерполяционные многочлены произвольной степени	43
2.9. Матричные разделенные разности. Интерполяционные формулы ньютонова типа	49
Глава 3. ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ЭРМИТОВА ТИПА	53
3.1. Некоторые сведения о задаче эрмитова интерполирования для функций скалярного аргумента	54
3.2. Формулы Эрмита для случая скалярных матричных узлов	56
3.3. Формула Лагранжа – Сильвестра для случая кратных собственных значений	59
3.4. Формула Лагранжа – Сильвестра для клетки Жордана	64
3.5. Тригонометрические интерполяционные многочлены Эрмита	65
3.6. Интерполяционные формулы Эрмита – Биркгофа и Абеля – Гончарова	68
3.7. Обобщенные интерполяционные многочлены эрмитова типа относительно рациональных и экспоненциальных матричных функций	75
3.7.1. Интерполяционные формулы относительно рациональных функций первого типа	76
3.7.2. Интерполяционные формулы относительно рациональных функций второго типа	81
3.7.3. Интерполяционные матричные многочлены экспоненциального типа	84

Глава 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ И ИХ ОСТАТОЧНЫХ ЧЛЕНОВ В ВИДЕ КОНТУРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ	90
4.1. Матричный аналог формулы Коши	91
4.2. Интегральные представления для случая скалярных матричных узлов. Алгебраический случай	94
4.3. Интегральные представления тригонометрических интерполяционных матричных многочленов	96
4.4. Сходимость интерполирования по скалярным матричным узлам в классе аналитических функций	101
4.4.1. Алгебраический случай	101
4.4.2. Тригонометрический случай	103
4.5. Приближение функций от стохастических матриц интерполяционными многочленами	110
Глава 5. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ОПЕРАТОРОВ, ЗАДАННЫХ НА МНОЖЕСТВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ	119
5.1. Матричный интеграл Стильеса	120
5.2. Формулы интерполирования, содержащие матричные интегралы Стильеса	121
5.3. Интерполяционные формулы в пространстве квадратных дифференцируемых матриц	127
5.3.1. Формулы, не содержащие дифференциалы интерполируемого оператора	127
5.3.2. Формулы интерполирования для дифференцируемых операторов	129
5.4. Линейные и квадратичные алгебраические интерполяционные многочлены и многочлены экспоненциального типа	134
5.4.1. Алгебраическое интерполирование	134
5.4.2. Интерполяционные многочлены экспоненциального типа	142
5.5. Интерполяционные формулы с произвольным фиксированным числом узлов и произвольными входными матрицами	150
5.5.1. Интерполяционные формулы, содержащие произвольные матрицы	151
5.5.2. Формулы с произвольно заданным числом узлов интерполирования	153
Глава 6. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ, ЗАДАННЫХ НА МНОЖЕСТВЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ МАТРИЦ	156
6.1. Общие сведения о псевдообратных матрицах и некоторых их свойствах	156
6.2. Псевдообратные матрицы и решение линейных алгебраических уравнений	158
6.3. Некоторые простейшие формулы линейной интерполяции	162
6.4. Интерполяционные матричные многочлены произвольных степеней	166
6.5. Интерполяционные формулы на множествах матриц с адамаровым умножением	167
Глава 7. НЕКОТОРЫЕ ВАРИАНТЫ СПЛАЙНОВ ДЛЯ ФУНКЦИЙ МАТРИЧНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ	172
7.1. О сплайн-интерполяции скалярных функций и функциональных матриц	172
7.2. Кусочно-линейное и кусочно-квадратичное матричное интерполирование	175
7.3. Об одном варианте сплайнов третьей степени для функций матричной переменной	178
7.4. О некоторых аналогах матричных сплайнов на множествах матриц с другими правилами умножения	186
7.4.1. Формулы на множествах матриц с йордановым умножением	186
7.4.2. Матричные аналоги сплайнов на множествах матриц с умножением по Адамару и Фробениусу	188
7.5. О некоторых других интерполяционных формулах	191

Глава 8. ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИЙ МНОГИХ МАТРИЧНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	194
8.1. Интерполирование функций двух матричных переменных.....	194
8.1.1. Формулы линейной интерполяции на множествах постоянных матриц.....	195
8.1.2. Интерполяционные матричные многочлены произвольной степени	202
8.1.3. Формулы линейной интерполяции на множествах функциональных матриц.....	204
8.2. Интерполяционные формулы для функций от произвольного числа матричных переменных	207
8.2.1. Формулы линейной и квадратичной интерполяции	207
8.2.2. Интерполяционные формулы для дифференцируемых функций	210
8.2.3. Интерполяционные формулы на множестве дифференцируемых матриц	213
8.2.4. Интерполяционные матричные многочлены произвольной степени	214
8.2.5. Некоторые примеры и решение линейных матричных уравнений.....	216
8.3. О некоторых аналогах двумерных матричных сплайнов и другие интерполяционные формулы.....	218
8.4. Формула Лагранжа – Сильвестра для функций двух переменных	221
Глава 9. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ОТ СЛУЧАЙНЫХ МАТРИЧНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ	227
9.1. Некоторые классы многочленов от случайных матриц	230
9.2. Интерполяционные формулы Лагранжа на множестве случайных матриц	234
9.3. Случайные матричные операторы интегрального типа.....	244
9.4. Стохастические матричные дифференциальные операторы	250
9.5. Приближение стохастических дифференциалов Ито от функций, зависящих от винеровского процесса.....	251
9.6. Бесконечные матрицы и некоторые интерполяционные формулы	260
Список цитированной литературы	270
Предметный указатель	274